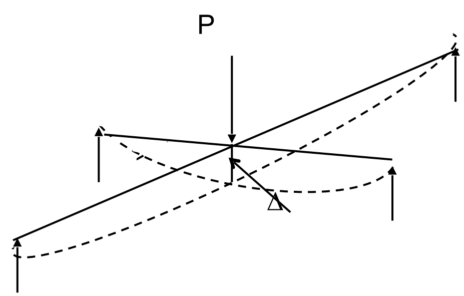
INSA471 BETONARME YAPILARIN TASARIMI

DERS NOTU #9

İKİ YÖNLÜ ÇALIŞAN DÖŞEMELER

İki Yönlü Döşemelerin Davranışı

- İki yönlü döşemeler aslında her yönde eğilirler. Ancak, dikdörtgen döşemelerde, iki temel yöndeki eğilmelerinin ele alınması yeterlidir. İki yönlü döşemeler bu iki yönde donatılandırılırlar. Bundan dolayı da diğer yönler için de yeterli bir direnç sağlanmış olur. Döşemerdeki yüklerin bir kısmının kısa bir kısmının ise uzun doğrultuda taşındığını göstermek kolaydır. Birbirine dik ve aynı kesite sahip iki kirişin birbirine rijit bir şekilde orta noktalarından bağlandığını düşünelim. (Şekil 1.9) Kirişlerin kesiştiği noktaya etki eden P kuvveti altında noktanın Δ deplasmanını yaptığı düşünelim.



Şekil 1.9

- Etki eden yükün tamamının sadece bir kiriş tarafından taşınmadığını, iki kirişinde deformasyona uğramasından dolayı ve yükü birlikte taşıma mekanizmasının oluştuğunu söylemek mümkündür. Eğer $\boldsymbol{l_s}$ kısa kirişin uzunluğunu ve $\boldsymbol{l_l}$ ise uzun kirişin uzunluğunu ifade ederse, ortak deplasman Δ için aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$\Delta = \frac{P_s l_s^3}{48EI} \qquad \Delta = \frac{P_l l_l^3}{48EI} \qquad (1.2)$$

Burada, $\boldsymbol{P_s}$ kısa kiriş tarafından taşınan yükü, $\boldsymbol{P_l}$ ise uzun kiriş tarafından taşınan yükü ifade etmektedir.

$$\frac{P_s}{P_l} = \left(\frac{l_l}{l_s} \right)^3 \qquad (1.3)$$

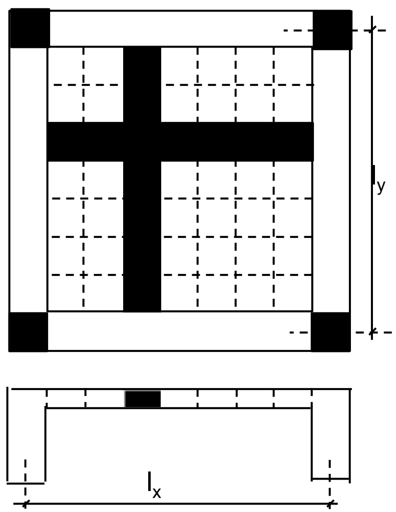
Diğer taraftan,

$$P_s + P_l = P \qquad (1.4)$$

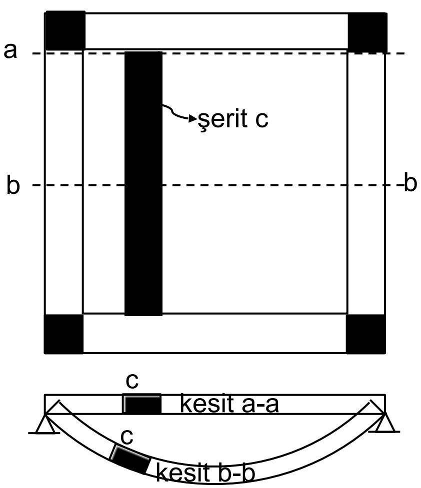
Denklem1.3 ve 1.4 birlikte çözülürse $\boldsymbol{P_s}$ ve $\boldsymbol{P_l}$ hesaplanabilir. Mesela, Eğer $\boldsymbol{l_l / l_s}$ = 2,

$$P_s = 8\,P_l \quad , \quad 9\,P_l = P \quad , \quad P_l = \frac{P}{9} \quad \text{ve} \quad P_s = \frac{8}{9}P$$

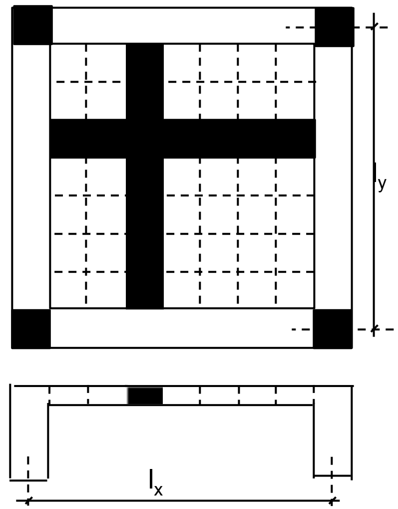
• Yukarıdaki ifadelerden de anlaşılacağı üzere, yükün büyük bir kısmı kısa kiriş tarafından taşınmaktadır.
• Bu durumda döşemeler birbirine dik iki takım paralel şeritlerden oluştuğu söylenebilir.



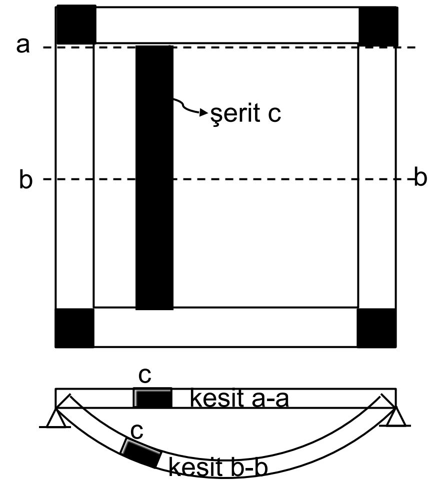
Şekil 1.10



Şekil 1.11



Şekil 1.10



Şekil 1.11

- Yukarıdaki şeritler, Şekil 1.9'da düşünülen kirişlerle çok benzerlik göstermektedir.
- Ancak bu şeritler birbirleri ile orta noktada kesişmemektedir ve yük ise uniform yayılı yük şeklindedir.
- Benzer hesaplamalarla aşağıdaki gösterilebilir.

W_x/W_y, $(l_y/l_x)^4$ ile orantılıdır.

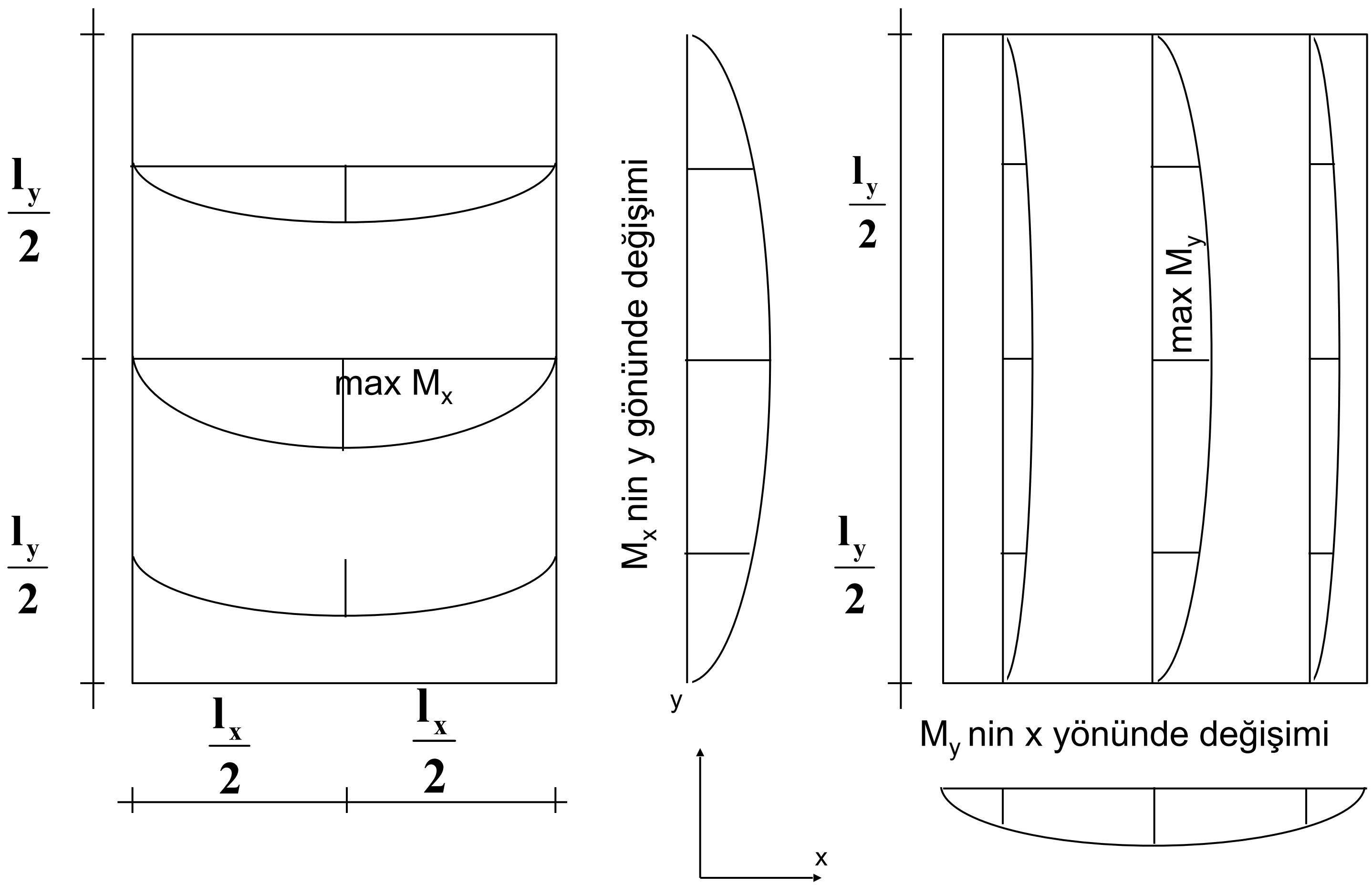
- Gerçekte, döşemelerin yuk taşıma mekanizmaları basit değildir. Davranışı etkileyen bir çok etken bulunmaktadır. Bunlar:
  – Döşemeleri destekleyen kirişler de eğilmektedir.
  – Döşeme yüklerine karşı, eğilme rijitliği yanında, bükülme rijitliği de tepki göstermektedir. Dikkat edilecek olursa, mesnetlere yakın şeritlerde bükülme etkisi daha fazla olmaktadır. bükülme etkileri, serbest köşelerde kaldırma kuvvetleri olarak görülebilir, eğer kaldırmadan dolayı oluşacak olan döşemenin köşelerdeki çatlaklarının kontrol altında tutulması, özel donatılarla sağlanmalıdır.

- Bükülme momentinin ihmal edilmesi ve daha önceki basit modelin kullanılmasıyla, basit mesnetli kare bir döşemenin birim genişliğe sahip orta şeritteki momenti aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\boldsymbol{(1/8)(W_u/2)l^2 = 0.0625W_u l^2}$$

- Ancak, gerçek eğilme moment ise $\boldsymbol{0.048W_u l^2}$. Bu durum gösteriyor ki, bükülme momenti döşemelerin yük taşıma davranışına ciddi katkı sağlamaktadır.

- Düzgün yayılı yüklü bir döşemeden maksimum momentler orta şeritte oluşmaktadır ve mesnetlere doğru yaklaştıkça azalmaktadır. Şekil 1.12'de momentlerin mesnetlere yakın şeritlerde azaldığını göstermektedir.



a) M_x 'in değişimi

b) a) M_y 'in değişimi

- Döşemelerde, şeritte maksimum momentin olduğu noktada göçmesi durumunda, x ve y yönündeki diğer şeritler göçen şeridin yükünü alarak döşemenin göçmesini engellerler. Buna döşemelerde yeniden momentlerin dağıtılması denir. Döşemeler sadece her iki yöndeki donatıların akması sonucu oldukça geniş bir alanda göçme gerçekleşir.
- Döşemelerle yapılan deneyler göstermiştir ki, kare şeklinde ve basit mesnetli döşemedeki maksimum moment $\boldsymbol{0.036W_u l^2}$ şeklinde hesaplanabilir, ki bu da elastik analiz ile elde edilen gerçek moment değerinden ($\boldsymbol{0.048W_u l^2}$) % 25 daha azdır.
- Döşemelerin dış çeyreklerinde momentte daha da azalma olmaktadır

ÇİFT YÖNLÜ DÖŞEMELERİN ANALİZİ

- Döşemelerin analizi, elasticity teorisinin kullanılmasıyla yapılabilir. Ancak, bu metotlar hem karmaşık hem de çok tutucudur. Bundan dolayı farklı basit yöntemler geliştirilmiştir. TS 500 aşağıdaki metodları önermekte ve gerekli standartları içermektedir.
  a) Eşdeğer çerçeve metodu
  b) Akma-çizgisi metodu
  c) Kenarlarından mesnetlenmiş döşemeler için yaklaşık metod
  d) Kolonlarla mesnetlenmiş (kirişsiz) döşemeler için yaklaşık metod.

- Eğer açıklıklar arasında çok yoksa ve çok hassas bir analiz gerekmiyorsa, kabul edilebilir doğrulukta sonuç veren yaklaşık yöntemler kullanılabilir.
- Eşdeğer çerçeve metodu, kirişli veya kirişsiz döşemeler için uygulanabilir.
- Ancak, eşdeğer çerçeve metodu oldukça karmaşık olduğu için, tasarımcılar genellikle yaklaşık olarak aynı zamanda katsayı yöntemi olarak da bilinen kenar destekli iki yönlü döşemeler için yaklaşık yöntemi kullanmayı tercih etmektedirler.

Kenarlarından mesnetli Çift Yönlü Döşemeler için Yaklaşık Yöntem(Katsayılar Metodu)

- Bu metotta Denklem 1.5 kullanılarak döşeme ortasındaki pozitif momentler ve mesnet kenarındaki negatif momentler hesaplanır.

$$M = \alpha W_u l_{xn}^2 \qquad (1.5)$$

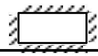
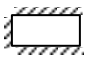
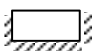
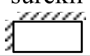
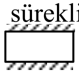
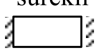
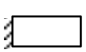
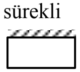
Burada, W_u birim alana etki eden uniform yayılı tasarım yüküdür

l_{xn} döşemenin net kısa açıklığını

α kat sayıdır.

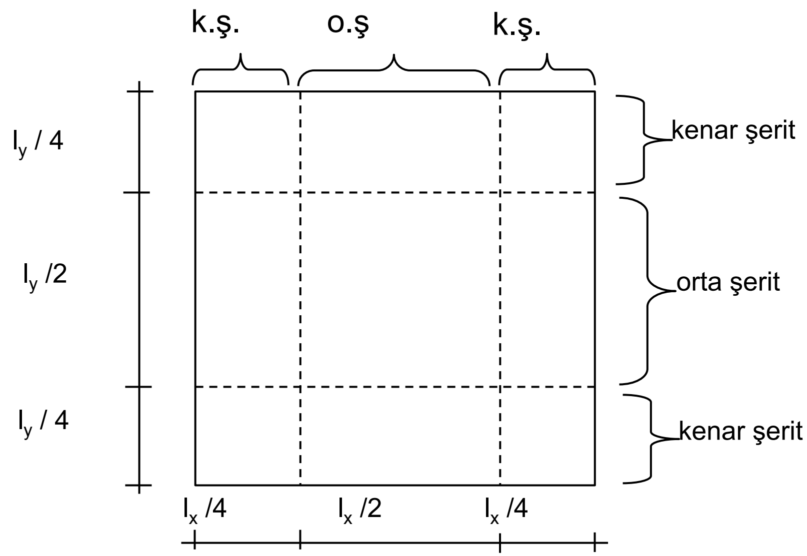
TABLO 1.2 KENARLARDAN MESNETLENMİŞ ÇİFT YÖNLÜ DÖŞEMELER İÇİN MOMENT KATSAYILARI

α

DÖŞEME TİPİ			$\varepsilon = 1.0$	$\varepsilon = 1.1$	$\varepsilon = 1.2$	$\varepsilon = 1.3$	$\varepsilon = 1.4$	$\varepsilon = 1.5$	$\varepsilon = 1.75$	$\varepsilon = 2.0$	UZUN DOĞRU LTUDA
1	4 kenarı sürekli 	-M(mesnet) +M(açıklık)	0.033 0.025	0.040 0.030	0.045 0.034	0.050 0.038	0.054 0.041	0.059 0.045	0.071 0.053	0.083 0.062	0.033 0.025
2	3 kenarı sürekli  	-M(mesnet) +M(açıklık)	0.042 0.031	0.047 0.035	0.053 0.040	0.057 0.043	0.061 0.046	0.065 0.049	0.075 0.056	0.085 0.064	0.041 0.031
3	2 komşu kenar sürekli 	-M(mesnet) +M(açıklık)	0.049 0.037	0.056 0.042	0.062 0.047	0.066 0.050	0.070 0.053	0.073 0.055	0.082 0.062	0.090 0.068	0.049 0.037
4	2 uzun kenar sürekli 	-M(mesnet) +M(açıklık)	0.056 0.044	0.061 0.046	0.065 0.049	0.069 0.051	0.071 0.053	0.073 0.055	0.077 0.058	0.080 0.060	- 0.044
5	2 kısa kenar sürekli 	-M(mesnet) +M(açıklık)	- 0.044	- 0.053	- 0.060	- 0.065	- 0.068	- 0.071	- 0.077	- 0.080	0.056 0.044
6	1 kenar sürekli  	-M(mesnet) +M(açıklık)	0.058 0.044	0.065 0.049	0.071 0.054	0.077 0.058	0.081 0.061	0.085 0.064	0.092 0.069	0.098 0.074	0.058 0.044
7	tüm kenarlar süreksiz 	-M(mesnet) +M(açıklık)	- 0.050	- 0.057	- 0.062	- 0.067	- 0.071	- 0.075	- 0.081	- 0.083	- 0.050

$\varepsilon = l_y/l_x$ burada l_y=uzun açıklık ve l_x=kısa açıklık

- İki yönlü döşemeler şekilde görüldüğü gibi bir orta şerit ve iki kenar şerit olarak bölünür



Şekil 1.13

- TS500 e göre orta şeritteki momentler sabittir ve denklem 1.5 ile hesaplanır. Büyük döşemelerde ekonomi sağlamak için, kenar şeritlerdeki moment, orta şeritte hesaplanan momentin 2/3 ü olarak kullanılabilir.

- Sürekli döşemelerde, sürekli kenarlarda negatif moment oluşur (iç mesnetlerde). Katsayı metodunda, sürekli olan kenarlarda iki döşemeden iki farklı negatif moment hesaplanır. Eğer bu iki moment arasındaki fark %20’den az ise tasarımda büyük moment kullanılır. Diğer durumlarda, moment farkının 2/3’ü döşeme şeritlerinin rijitlikleri oranında iki komşu döşemeye dağıtılır.

- Bu yöntemde, dış mesnetlerde moment hesaplanmaz. Eğer mesnet dönmesinin tamamı engellenmiş ise, açıklıktaki pozitif moment kadar mesnette negatif moment düşünülmeli, diğer durumlarda açıklık momentinin %50’si kadar negatif moment düşünülmelidir.

İki Yönlü Döşemelerde Kalınlık ve Donatı Hesabı

- TS500'e göre kenarlarından mesnetlenmiş iki yönlü döşemelerde döşeme kalınlığı 8 cm'den ve $\boldsymbol{h_f}$ 'den küçük olamaz.

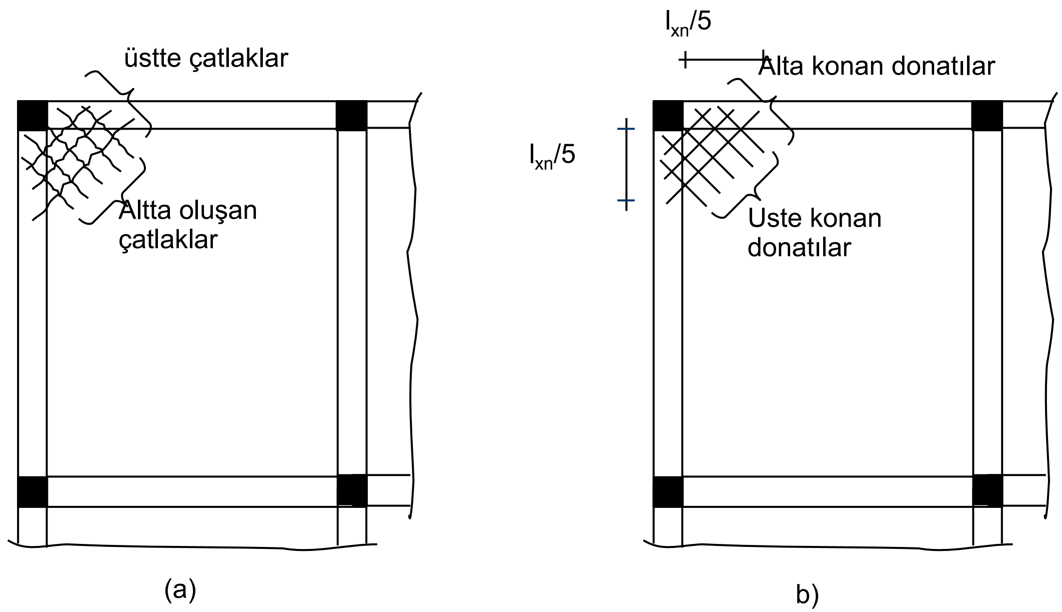
$$h_f = \frac{l_{xn}}{15 + \frac{20}{\varepsilon}} \left(1 - \frac{\alpha_s}{4}\right)$$

Burada : α_s : sürekli kenarların uzunluğunun, toplam kenarların uzunluğuna oranıdır.

- Kısa yöndeki donatı en alta, uzun yöndeki donatı onun üstüne yerleştirilmelidir.
- TS 500’e göre, iki yöndeki donatı oranının toplamı S220 çeliği için 0.004, S420 ve S500 için 0.0035.
- Donatı oranı her bir doğrultuda 0.0015’ten daha az olamaz.
- Donatı aralıkları, döşeme kalınlığının 1.5 katından ve 20 cm’den fazla olamaz.
- Uzun doğrultuda, maksimum donatı aralığı 25 cm olabilir.
- Donatıyı korumak için pas payı en az 1.5cm olmalıdır.

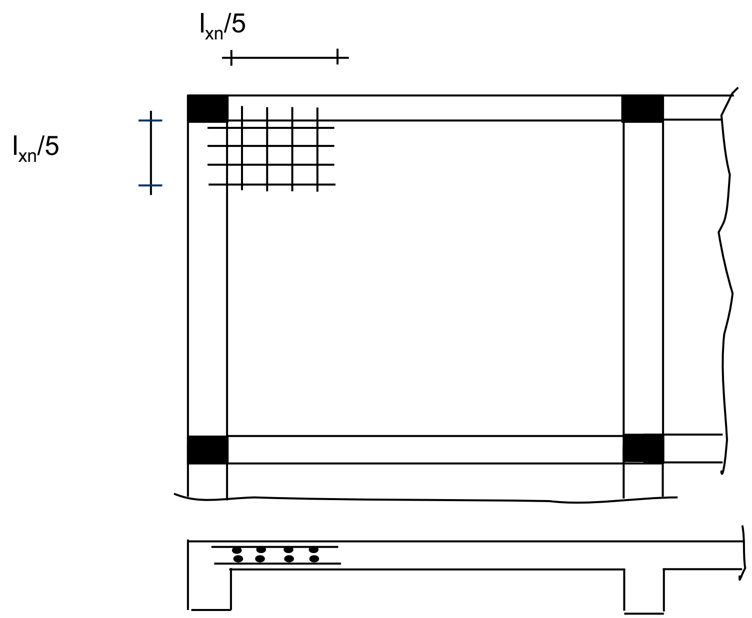
Bükülme Donatısı

- Bükülme momentlerinden dolayı sürekliliği olmayan dış köşelerde çatlaklar oluşabilmektedir, Bu çatlaklar şekil 1.14'de gösterildiği gibi donatılar kullanılarak önlenebilmektedir.



Şekil 1.14

- Alternatif olarak, bükülme donatıları ana donatılara paralel olarak ta Şekil 1.15’teki gibi yerleştirilebilir. Bu durumda, alt ve üstteki donatılar birbirine dik olmalıdır. Çelik donatısı Şekil 1.14b veya Şekil 1.15’teki gibi yerleştirilmiş olsa da, her bir tabakanın donatı alanı maksimum ana donatının 3/4’ünden az olamaz ve kare şeklinde olmalıdır. Bu karenin kenar boyutu, döşemenin kısa kenarının net uzunluğunun 1/5’i kadar olmalıdır.



Şekil 1.15

Örnek 1.2a (Ders notları)

Örnek 1.2 (Ders kitabının 19. Sayfası)

Example 1.2

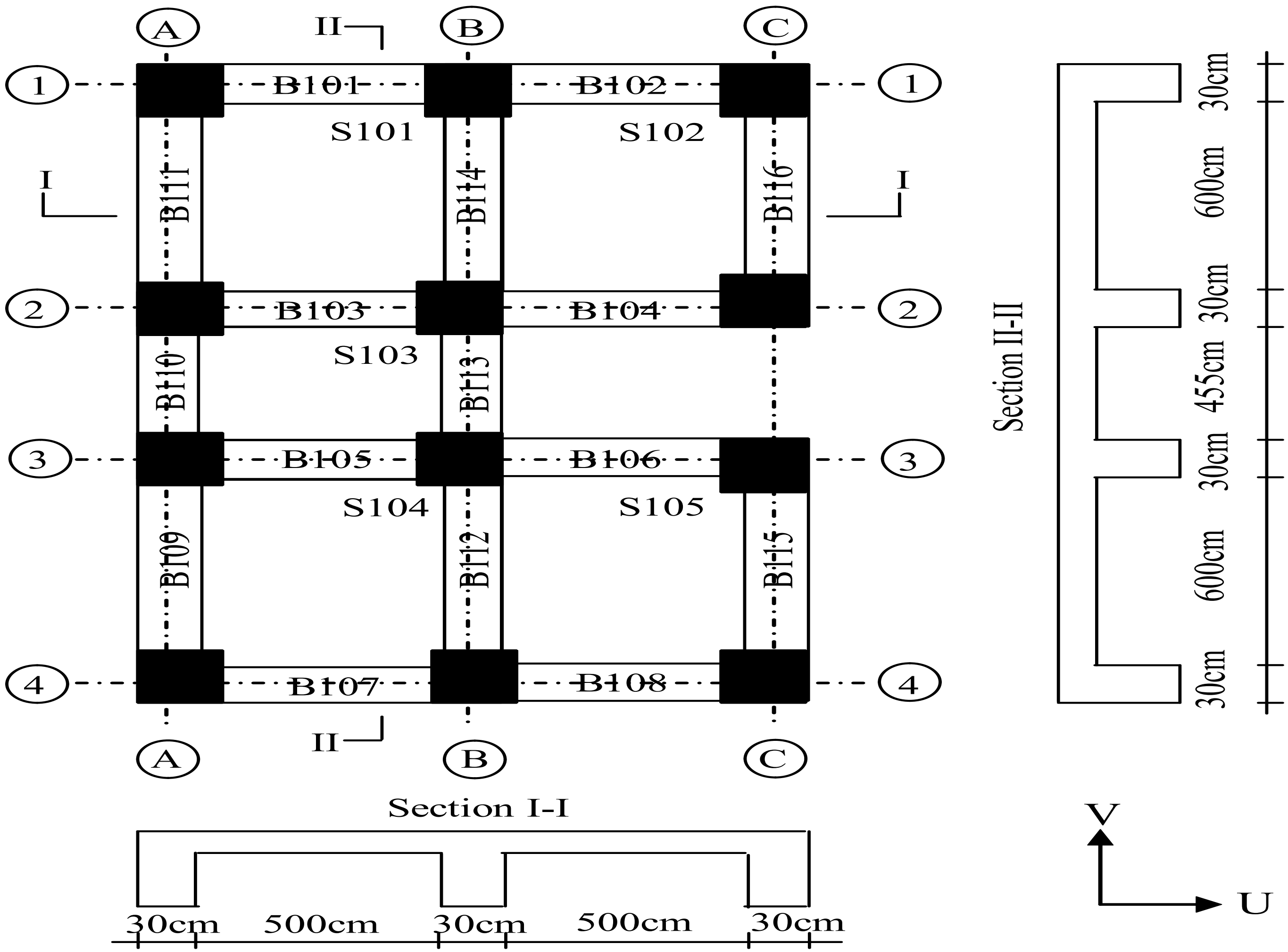


Figure 1.16

Live load: 2.5 kN/m^2
Additional dead load (floor finish, plaster etc.): 1.25 kN/m^2
Materials: C16, S220

Design the slabs shown in Fig.1.16. Use half straight and half bent-up bars.

Solution:

-Determining the types of the slabs:

S101, S102, S104 and S105: $\varepsilon = 630 / 530 = 1.19 < 2$ Two-way slabs

S103: $\varepsilon = 530 / 485 = 1.09 < 2$ Two-way slab

-Selecting the thickness of the slabs:

Minimum thickness calculations:

S101: $\alpha_s = \dfrac{600+500}{2*(600+500)} = 0.5$ $\quad h_f = \dfrac{500}{15+\dfrac{20}{1.19}}(1-\dfrac{0.5}{4}) = 13.76$ cm

S102: $\alpha_s = \dfrac{600}{2*1100} = 0.27$ $\quad h_f = \dfrac{500}{15+\dfrac{20}{1.19}}(1-\dfrac{0.27}{4}) = 14.66$ cm

S103: $\alpha_s = \dfrac{500+500}{2*(500+455)} = 0.52$ $\quad h_f = \dfrac{455}{15+\dfrac{20}{1.09}}(1-\dfrac{0.52}{4}) = 11.87$ cm

All these values are greater than 8 cm which is the other minimum thickness specified by TS500. Because of symmetry, S104 is identical to S101 and S105 is identical to S102. From the calculations above it can be seen that each slab can have different thickness. But in practice usually same thickness is chosen for all slabs unless there is a particular reason not to do so. After examining the minimum values h = 15 cm is selected.

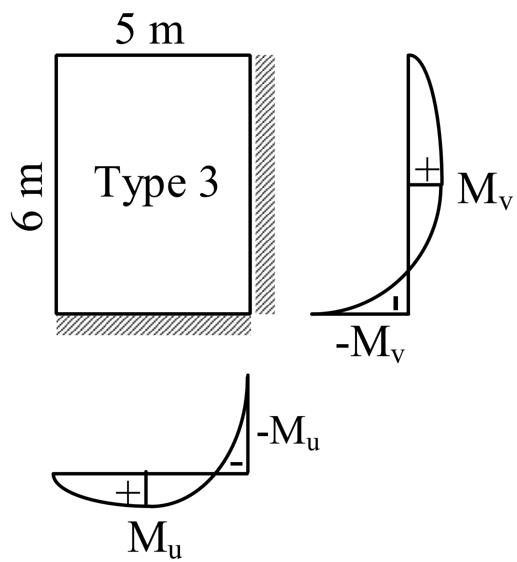
- Calculation of the slab loads:

Self-weight of slab:	$0.15*25 = 3.75\ kN/m^2$
Additional dead load (floor finish, plaster etc.):	$1.25\ kN/m^2$
Dead load:	$W_d = 5.00\ kN/m^2$

Total factored load: $W_u = 1.4*5 + 1.6*2.5 = 11.00\ kN/m^2$

-Bending moments:

S101:



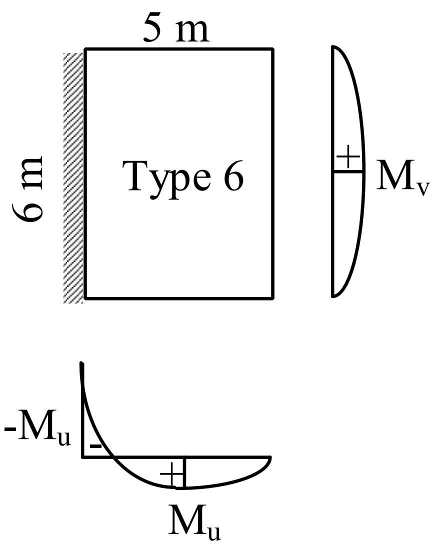
U direction (short), $\varepsilon = 1.19 \approx 1.20$:

$$M_u = 0.047*11.00*5.00^2 = 12.93\ kN\text{-}m$$
$$-M_u = 0.062*11.00*5.00^2 = 17.05\ kN\text{-}m$$

V direction (long) :

$$M_v = 0.037*11.00*5.00^2 = 10.18\ kN\text{-}m$$
$$-M_v = 0.049*11.00*5.00^2 = 13.48\ kN\text{-}m$$

S102:



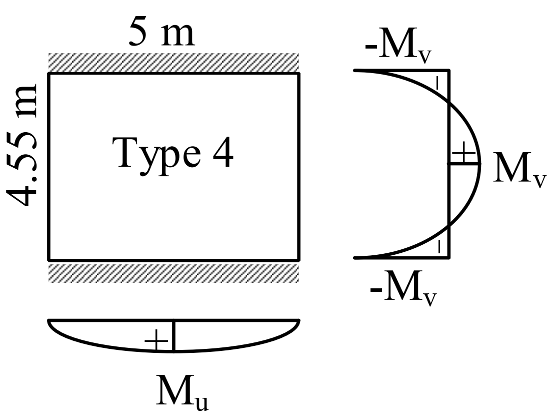
U direction (short), $\varepsilon = 1.19 \approx 1.20$:

$$M_u = 0.054*11.00*5.00^2 = 14.85 \text{ kN-m}$$
$$-M_u = 0.071*11.00*5.00^2 = 19.53 \text{ kN-m}$$

V direction (long) :

$$M_v = 0.044*11.00*5.00^2 = 12.10 \text{ kN-m}$$
$$-M_v = 0$$

S103:



U direction (long):

$$M_u = 0.044*11.00*4.55^2 = 10.02 \text{ kN-m}$$
$$-M_u = 0$$

V direction (short), $\varepsilon = 1.09 \approx 1.10$:

$$M_v = 0.046*11.00*4.55^2 = 10.48 \text{ kN-m}$$
$$-M_v = 0.061*11.00*4.55^2 = 13.89 \text{ kN-m}$$

Because of symmetry the moments of S104 are equal to the moments of S101 and the moments of S105 are equal to the moments of S102.

It can be observed that two support moments are calculated at each internal support. For example, for the support between S101 and S102, calculated moment from S101 is -17.05 kN-m whereas -19.53 kN-m from S102. The ratio of these moments is 17.05 / 19.53 = 0.87 > 0.8. Therefore the section at this support will be designed for 19.53 kN-m. Similarly at the support between S101 and S103 the ratio is 13.48 / 13.89 = 0.97 > 0.80, therefore design moment at this support will be 13.89 kN-m.

-Effective depths:

If effective depths are designated by d_x and d_y in short and long directions respectively the following depths can be obtained:

$$d_x = 15 - 2 = 13 \text{ cm} \qquad d_y = 13 - 1 = 12 \text{ cm}$$

Here it is assumed that clear concrete cover is 1.5 cm and Ø10 bars are used in both directions. For the top bars at all supports $d = d_x = 13$ cm can be used since there is only one layer bars at a support.

Spacing limits:

Across the short span: $1.5h = 1.5*15 = 22.5$ cm > 20 cm $\quad s_{max} = 20$ cm

Across the long span: $s_{max} = 25$ cm

-Minimum reinforcement:

If ρ_x and ρ_y are the steel ratios in short and long directions respectively the following requirements should be met:

$\rho_x + \rho_y \geq 0.004$ (steel grade is S220), $\quad \rho_x \geq 0.0015$ and $\quad \rho_y \geq 0.0015$

Design of the slabs is summarized in the following tables. Because of symmetry only S101, S102 and S103 are included in the table. It is assumed that rotations of external supports are not prevented completely. Therefore 50% of the span moments may be assumed acting as negative moments at these supports. For this reason available bars provided by bent-up bars will be sufficient for external supports.

Design in U direction

Spans

Slab	Moment (Kg-cm)	d (cm)	R (kg/cm^2)	ρ	A_s (cm^2)	Selected
S101	$12.93*10^4$	13	7.65	0.0042	5.46	Ø10/14 (5.61)
S102	$14.84*10^4$	13	8.79	0.0048	6.24	Ø10/12.5 (6.28)
S103	$10.02*10^4$	12	6.96	0.0038	4.56	Ø10/17 (4.62)

Supports
Between S101-S102

Moment	d	R	ρ	A_s	Available	Add
$19.53*10^4$	13	11.56	0.0065	8.45	$\frac{5.61+6.28}{2}=5.95$	Ø8/20 (2.50)

Design in V direction

Spans

Slab	Moment (Kg-cm)	d (cm)	R (kg/cm^2)	ρ	A_s (cm^2)	Selected
S101	$10.18*10^4$	12	7.07	0.0039	4.68	Ø10/16.5 (4.76)
S102	$12.10*10^4$	12	8.40	0.0046	5.52	Ø10/14 (5.61)
S103	$10.48*10^4$	13	6.20	0.0034	4.42	Ø10/17.5 (4.49)

Supports
Between S101-S103

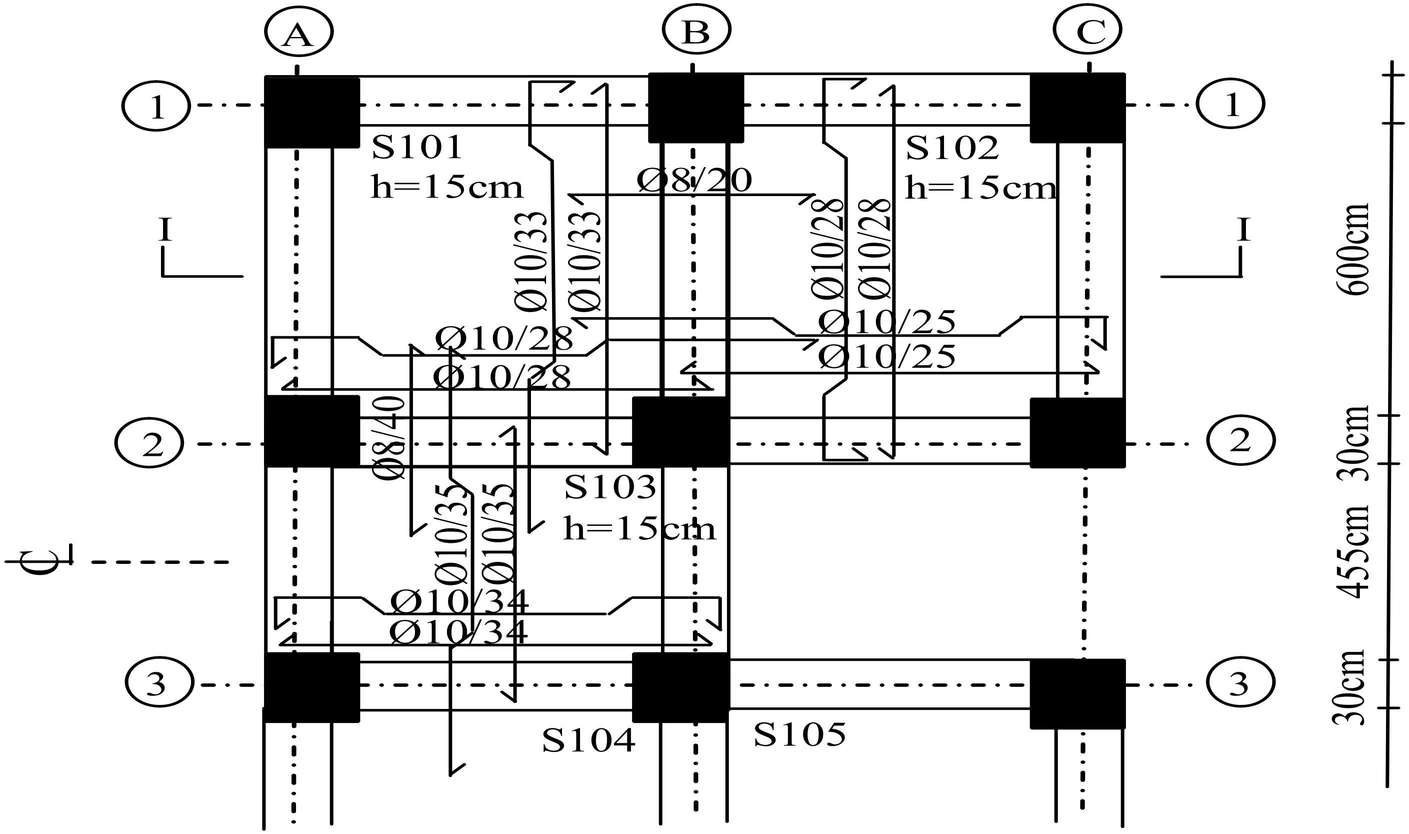
Moment	d	R	ρ	A_s	Available	Add
$13.89*10^4$	13	8.22	0.0045	5.85	$\frac{4.76+4.49}{2}=4.63$	Ø8/40 (1.26)

From the tables it can be seen that all steel ratios are higher than 0.0015 and in all slabs $\rho_x + \rho_y > 0.004$.

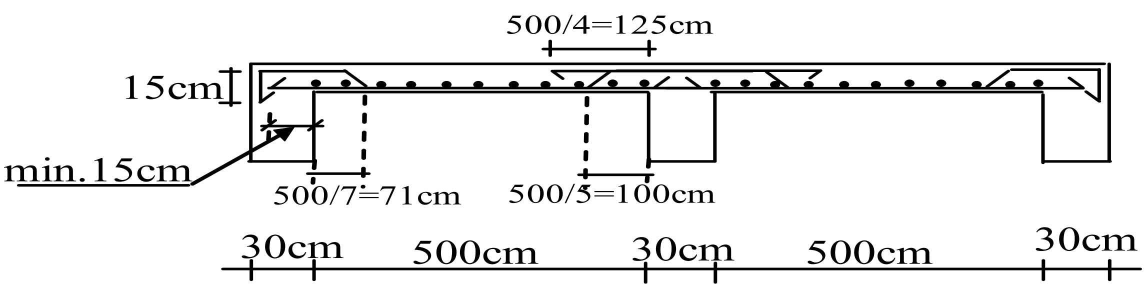
Twisting reinforcement:

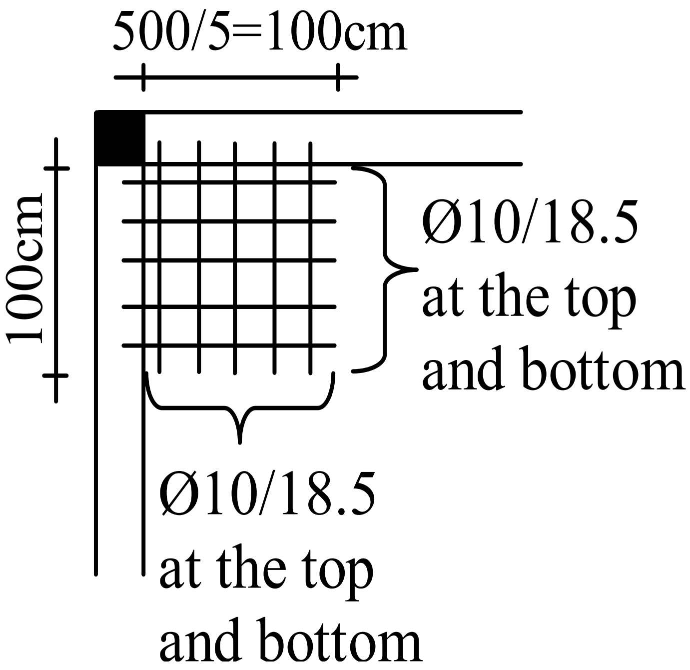
In the corner of S101: 3*5.61/4 = 4.21 cm^2 selected: Ø10/18.5 (4.25)
In the corner of S102: 3*6.28/4 = 4.71 cm^2 selected: Ø10/16.5 (4.76)

All details are shown in Figs.1.17 and 1.18.

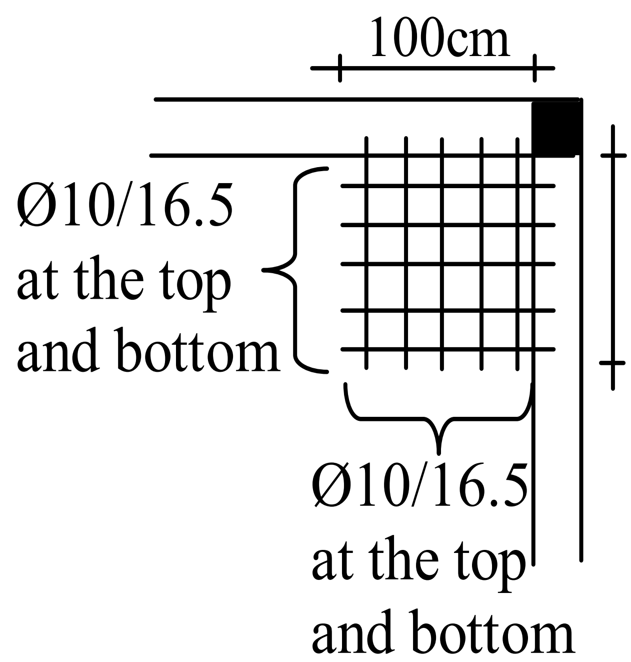

A
B
C
1
2
3
S101
h=15cm
S102
h=15cm
S103
h=15cm
S104
S105
Ø8/20
Ø10/33
Ø10/33
Ø10/28
Ø10/28
Ø10/28
Ø10/28
Ø10/25
Ø10/25
Ø8/40
Ø10/35
Ø10/35
Ø10/34
Ø10/34
I
I
600cm
30cm
455cm
30cm

Section I-I


500/4=125cm
15cm
min.15cm
500/7=71cm
500/5=100cm
30cm
500cm
30cm
500cm
30cm



a) Twisting reinforcement at the corner of S101



b) Twisting reinforcement at the corner of S102

Figure 1.18